

Использование сингулярного разложения матриц для сжатия электронно-микроскопических изображений

Н. А. Богданова, Ю. С. Зыбина, Е. С. Шпакова

Национальный исследовательский университет «МИЭТ»

Рассмотрен алгоритм сжатия изображений растровой электронной микроскопии с помощью сингулярного разложения матриц — **Singular Value Decomposition (SVD)**. Показана возможность существенно уменьшить размерность задачи без потери качества изображений при исключении малозначимых компонент. Проведен анализ полученных данных для различных микрофотографий. Сделан вывод, что эффективность алгоритма значительно выше в том случае, если на изображении преобладают элементы с простой геометрической формой.

Ключевые слова: растровая электронная микроскопия; цифровая обработка сигналов и изображений; сингулярное разложение матриц; анализ главных компонент.

Возрастающая роль растровой электронной микроскопии [1] в решении многих прикладных и исследовательских задач обуславливает развитие методов цифровой обработки и сжатия, позволяющих уменьшать размер исходных изображений без потери информации.

Один из наиболее эффективных методов сжатия изображений — SVD-алгоритм на основе сингулярного разложения матриц [2]. Исходная идея метода: разложение исходной матрицы изображения $A(n \times m)$ в виде $A = USV$, где S — сингулярная матрица, т. е. диагональная матрица, на главной диагонали которой расположены корни из собственных значений матрицы AA^T в порядке убывания. Матрицы U и V являются *ортогональными*, причем столбцы матрицы U представляют собой собственные векторы матрицы A , матрицу V можно выразить в виде $V = S^{-1}U^T A$.

В матрице S выделяются первые r строк и столбцов, а оставшиеся исключаются. Первые r самых значимых

сингулярных чисел называются главными компонентами. Выделяя в матрице U первые r столбцов, а в матрице V первые r строк, можно реконструировать исходную матрицу:

$$\tilde{A}(n \times m) = \tilde{U}(n \times r)\tilde{S}(r \times r)\tilde{V}(r \times m).$$

Критерием качества восстановления служит близость к единице коэффициента детерминации, рассчитываемого по формуле

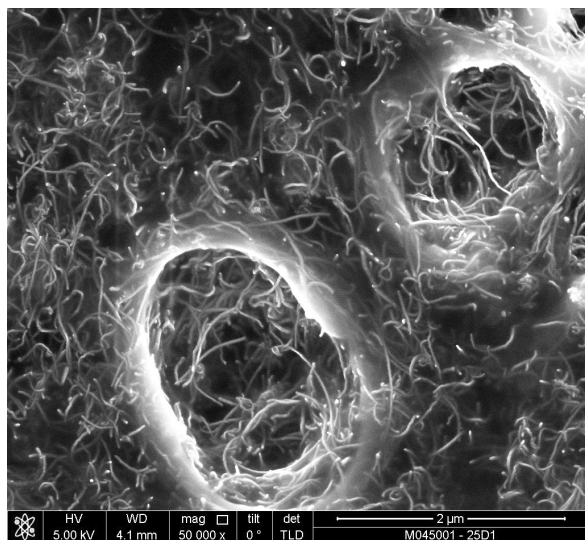
$$Q(r) = \frac{\sum_{k=1}^r \lambda_k}{\sum_{k=1}^n \lambda_k},$$

где λ_k — собственные значения матрицы AA^T . Зависимость коэффициента детерминации от числа главных компонент позволяет оценить эффективность алгоритма.

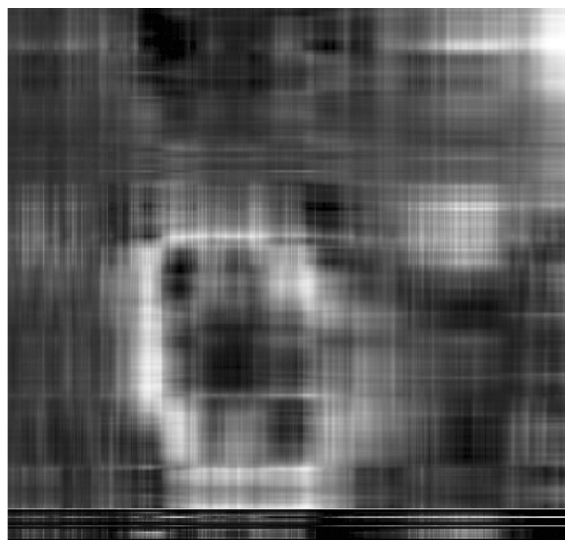
Исследуемые микрофотографии получены в научно-исследовательской лаборатории электронной микроскопии НИУ МИЭТ на растровом электронно-ионном микроскопе Helios NanoLab 650.

Для анализа эффективности SVD-алгоритма использовались изображения органического композитного материала, армированного углеродными

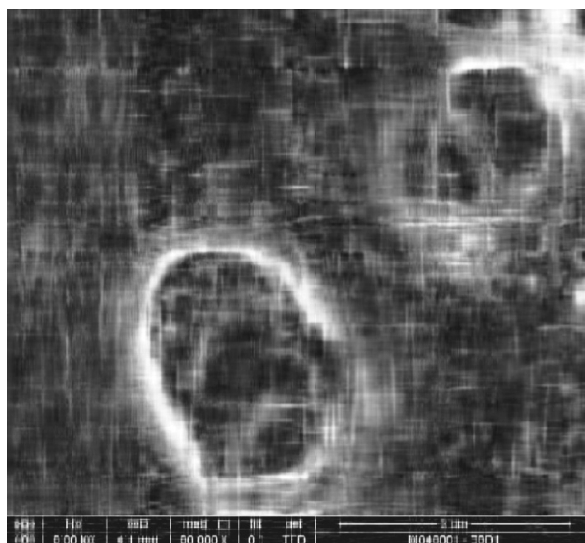
нанотрубками, и шины металлизации второго уровня от поверхности под слоем пассивации. Размер микрофотографий — 943×1024 .



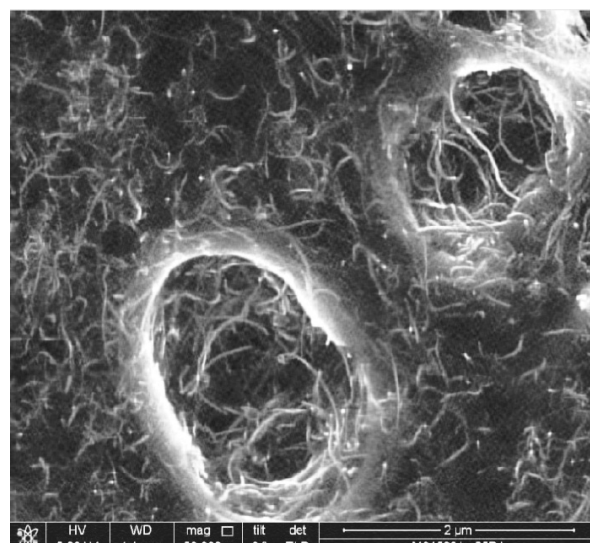
а)



б)



в)



г)

Рис. 1. Исходное изображение до декомпозиции (а), восстановленное изображение (б—г) с числом главных компонент: б — $r = 5$; в — $r = 20$; г — $r = 100$

Представленное на рисунке 1 (а) изображение композита характеризуется множеством мелких неповторяющихся деталей — нанотрубок, оценка концентрации и однородности распределения которых представляет интерес

для исследований в области имплантологии. На рисунках 1 (б—г) продемонстрировано применение SVD-алгоритма с использованием различного числа главных компонент r , позволяющее качественно оценить результат обработки.

При $r = 5$ (рис. 1б) реконструкция информативной не является, при $r = 20$ прослеживается характер изображения, но мелкие детали практически не различимы. При $r = 100$ уже трудно отличить реконструкцию от оригинала, точности восстановления достаточно для получения необходимой информации. Объем памяти, требуемый для изображения, полученного при $r = 100$, снижается в пять раз относительно исходного.

Следующее изображение иллюстрирует микрофотографию участка интегральной схемы с шинами металлизации. Здесь характерным является наличие элементов с одинаковой и простой

геометрической формой. Актуальна задача точного определения геометрических параметров шин, располагающихся под слоем пассивации, сигнал от которых может в значительной степени искажаться. С целью оценить возможное искажение усредненный профиль интенсивности реального изображения в выделенной области (рис. 2а) в направлении, указанном стрелкой, сравнивается с рассчитанным по методу Монте-Карло профилем модели эксперимента, что требует больших временных затрат. Благодаря сжатию исходного изображения можно значительно уменьшать требуемое для расчета время без снижения точности.

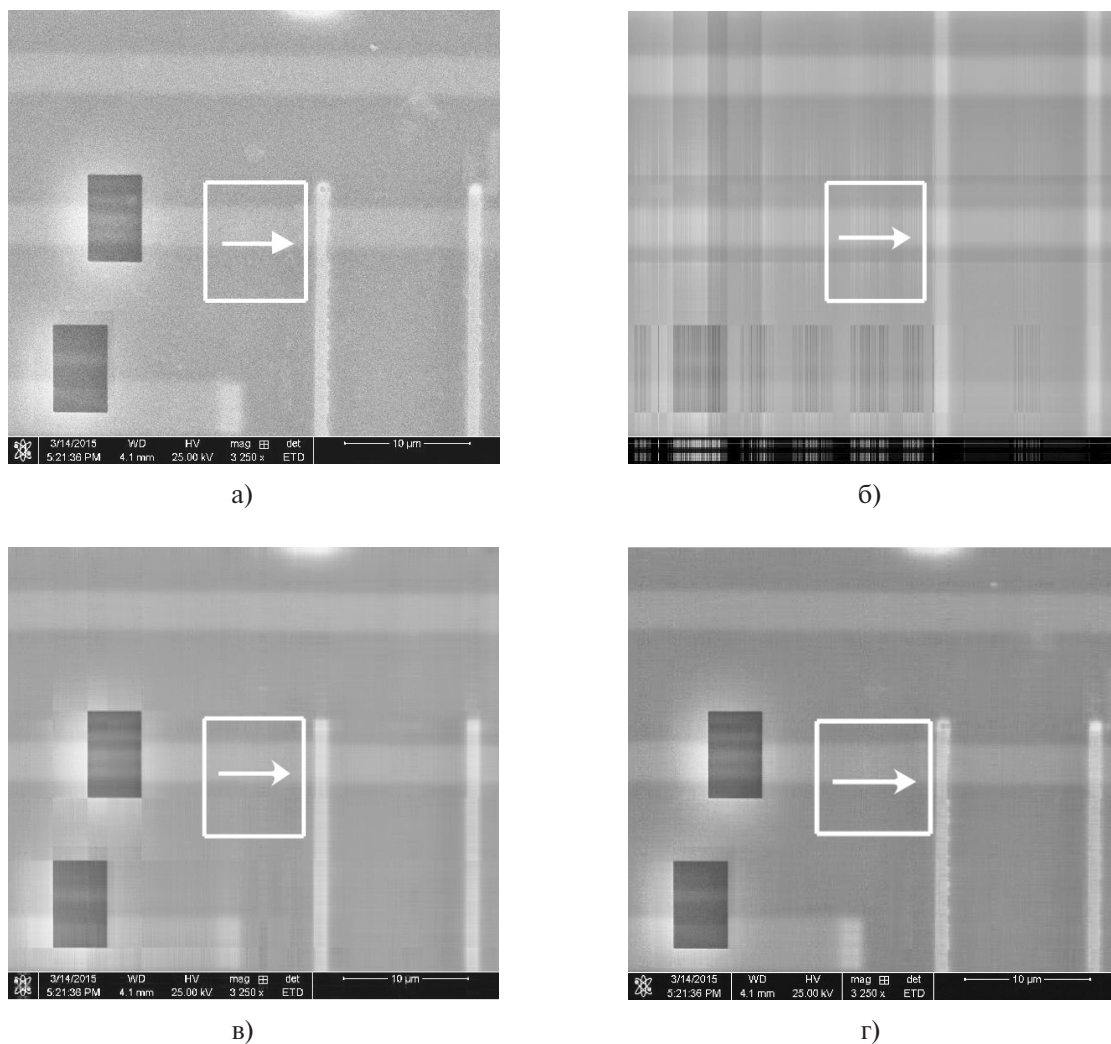


Рис. 2. Исходное изображение до декомпозиции (а), восстановленное изображение (б—г) с числом главных компонент: б — $r = 2$; в — $r = 5$; г — $r = 50$

Для численного подтверждения полученных результатов приведены графики зависимости коэффициента детерминации от числа главных компонент (рис. 3).

Сравнительный анализ результатов обработки демонстрирует различную эффективность работы SVD-алгоритма

для разных изображений: для микрофотографии органического композита оптимальным является значение числа главных компонент $r \approx 100$; для изображения шины металлизации интегральной схемы достаточно $r = 50$, что объясняется качественным различием приведенных изображений.

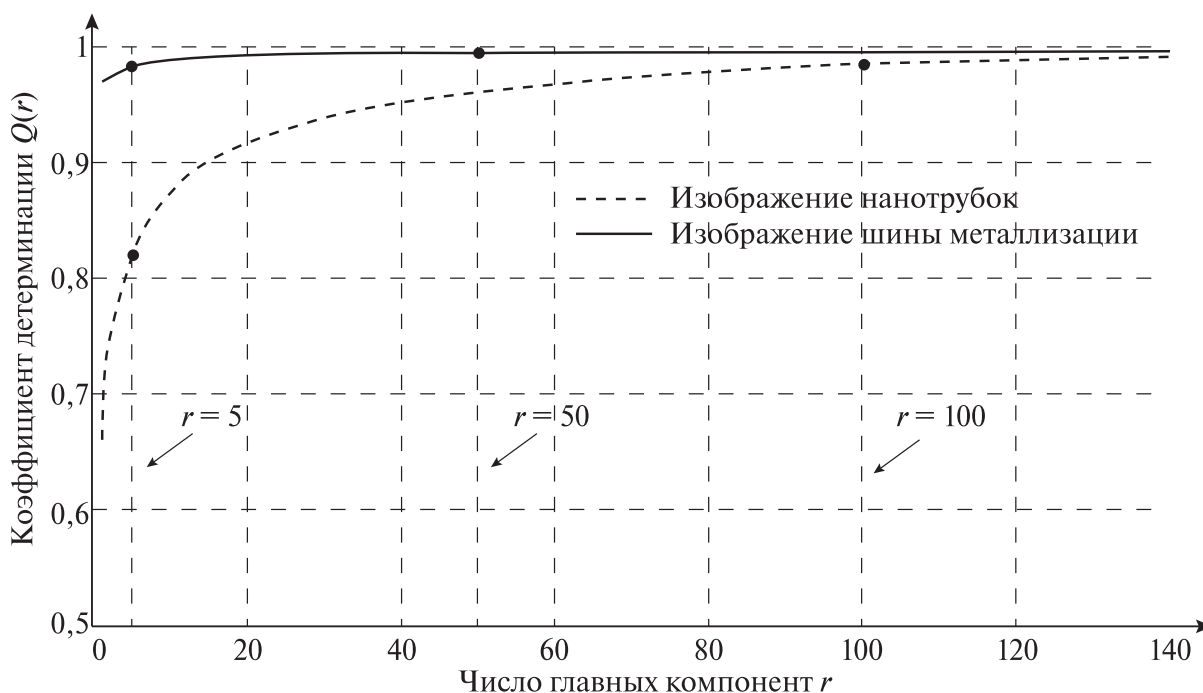


Рис. 3. Графики зависимости коэффициента детерминации от числа главных компонент $Q(r)$. Прямая $r = 5$ демонстрирует явное различие коэффициентов детерминации для изображений разных типов, прямые $r = 50$ и $r = 100$ показывают насыщение $Q(r)$ для исследуемых микрофотографий

Эффективность алгоритма существенно повышается при наличии на изображении похожих элементов с простой геометрической формой (рис. 2а). Преобладание мелких деталей (рис. 1а) приводит к необходимости использования большего числа главных компонент для получения изображения требуемого качества.

Авторы выражают благодарность Н. И. Боргардту за ценные замечания и А. С. Приходько за помощь в получении РЭМ-изображений.

Литература

1. Растровая электронная микроскопия для нанотехнологий. Методы и применения / Ред.: У. Жу, Л. У. Жоанг; пер. с англ.: С. А. Иванова, К. И. Домкина. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. 582 с.
2. Воеводин В. В., Воеводин Вл. В. Энциклопедия линейной алгебры: электронная система ЛИНЕАЛ. СПб.: БХВ-Петербург, 2006. 543 с. + 1 эл. опт. диск (CD-ROM).

Богданова Надежда Александровна — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики № 2 (ВМ-2) МИЭТ. E-mail: bogdanov_yurii@inbox.ru

Зыбина Юлия Сергеевна — магистрант кафедры общей физики факультета ЭКТ МИЭТ. E-mail: [nngregor312@mail.ru](mailto:nngrigor312@mail.ru)

Шпакова Евгения Сергеевна — магистрант кафедры общей физики факультета ЭКТ МИЭТ. E-mail: roxanne94@mail.ru