

## Применение основной идеи интегрального исчисления на лекциях по математическому анализу в техническом вузе

*А. И. Гавриков*

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ»*

Показана возможность использования основной идеи интегрального исчисления при чтении лекций и проведении практических занятий по математическому анализу в активном и интерактивном режимах. Приведены конкретные примеры и рекомендации по использованию основной идеи интегрального исчисления в процессе обучения. Обозначены преимущества представления математического анализа как единого взаимоувязанного раздела высшей математики. Утверждается, что такое представление облегчит понимание предмета, будет способствовать формированию нового взгляда на него и в конечном итоге повысит интеллектуальный уровень студентов.

*Ключевые слова:* преподавание математики; интеграл; исчисление; область; граница; объединяющая идея; общность; частность.

Сегодня, в условиях всеобъемлющего внедрения компьютерной техники, необходимо менять методику чтения лекций по математическому анализу, делая акцент не на углубленном изучении методов вычислений интегралов и детальном доказательстве теорем и фактов, а на практически ориентированном обосновании появления идеи интегрального исчисления в математическом анализе на основе моделирования реальных процессов. Это можно делать в соответствии со схемой, приведенной Г. М. Фихтенгольцем [1] и примененной в работах С. Г. Кальнея и Я. С. Бугрова [2; 3]. Схема включает: разбиение промежутка изменения искомой величины на частичные промежутки; получение выражения для искомой величины на каждом частичном промежутке в виде выражения, отличающегося от истинного на бесконечно малую более высокого порядка; составление интегральной суммы и последующий предельный переход.

Не менее важно, чтобы математический анализ представлялся студентам не совокупностью разрозненных понятий и разделов, а единой целостной дисциплиной. Необходимо оптимальное сочетание общего и частного при подаче теоретического материала. К сожалению, основной упор делается именно на разъяснение и доказательство отдельных понятий, а связи между ними уделяется гораздо меньше внимания. Учет такой связи при чтении лекций и проведении семинарских занятий будет способствовать улучшению понимания материала и повышению интеллектуального уровня студентов. Для достижения данной целостности можно использовать «основную идею интегрального исчисления». Согласно Фихтенгольцу [4], она формулируется так: формулы Ньютона — Лейбница, Грина, Стокса и Остроградского выражают интеграл, распространенный на некоторый геометрический образ, через интеграл, взятый

по границе этого образа. При этом формула Ньютона — Лейбница относится к случаю одномерного пространства, формула Грина — к случаю двумерного пространства, формула Стокса — также к случаю двумерного, но «кривого» пространства, а формула Остроградского — к случаю трехмерного пространства.

В этом смысле совершенно очевидна общность всех упомянутых формул, которую можно рассматривать как выражение основной идеи интегрального исчисления: интеграл одного вида от некоторой функции по замкнутой области равен интегралу другого вида от другой функции по границе этой области. Идея объединяет различные разделы интегрального исчисления, показывает их взаимосвязь и представляет интегральное исчисление как единую целостную часть математического анализа. Об этом факте надлежит рассказывать студентам на лекциях и практических занятиях, приводить примеры (в действительности этого, как правило, не происходит), что позволит сформировать новый, ретроспективный взгляд обучающихся на предмет математического анализа и облегчит понимание, а также расширит возможности практического применения анализа при моделировании реально возникающих задач в различных областях науки и техники. Приведем ряд примеров. На семинаре можно предложить студентам доказать, что формула, выражающая площадь криволинейной трапеции через определенный интеграл, является следствием формулы, выражающей площадь той же трапеции через двойной интеграл. При введении

понятия «криволинейный интеграл первого рода» следует заметить, что он представляет естественное обобщение определенного интеграла, и попросить студентов дать этому объяснение. При использовании криволинейных систем координат для вычисления интегралов, в частности полярной, цилиндрической и сферической, необходимо, прежде всего, комментировать, чем это вызвано и в какой степени упрощает задачу вычисления интеграла с учетом конфигурации области, на которой он задан. Для этого вычисляются одни и те же интегралы в различных системах координат и сравнивается эффективность примененных методов. Такие практические занятия повысят самостоятельность и уверенность студентов в выборе метода вычисления конкретного интеграла и будут способствовать повышению уровня их математических знаний.

### Литература

1. **Фихтенгольц Г. М.** Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т. 2. М.: Наука, 1976. 800 с.
2. **Кальней С. Г.** Математический анализ. Ч. 1: Дифференциальное и интегральное исчисления функций одной и многих переменных. М.: МИЭТ, 2014. 267 с.: ил.
3. **Бугров Я. С., Никольский С. М.** Высшая математика. Т. 2: Дифференциальное и интегральное исчисление. 7-е изд., стер. М.: Дрофа, 2005. 509 с.: ил. (Высшее образование).
4. **Фихтенгольц Г. М.** Основы математического анализа. Т. 2. 5-е изд., стер. М.: Наука, 1968. 463 с.: ил.

**Гавриков Анатолий Иванович** — кандидат технических наук, доцент кафедры высшей математики № 2 (ВМ-2) МИЭТ.  
E-mail: gai-miet@yandex.ru