

## Задача нахождения оптимального плана доставки туристов авиатранспортом: тезисы доклада

*И. В. Бардушкина, А. А. Кан*

*Национальный исследовательский университет «МИЭТ», Москва, Россия*

*anastasionk58@gmail.com*

## Problem of Finding Optimal Schedule of Tourist Transportation by Air

*I. V. Bardushkina, A. A. Kan*

*National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia*

*anastasionk58@gmail.com*

The authors did mark the importance of transport problem use in modern market economy environment and did analyze the advantages of its application for finding optimal schedule of delivering tourists by air transport. By way of problem solution with minimal total costs the authors have found optimal schedule for travel agency “Sunmar” transporting tourists from three Russian cities to Barcelona using the services of four airline companies.

*Keywords:* transport problem; optimal schedule; potential method; minimum costs.

В современном мире в условиях развития рыночных отношений увеличивается спрос на туристические услуги, появляется много туристических агентств, авиакомпаний. Желая получить максимальную прибыль, они стараются привлечь максимальное количество клиентов и удовлетворить спрос, минимизируя при этом свои расходы. Одной из важнейших расходных статей для всех агентств является транспортная перевозка туристов. Решение транспортной задачи позволяет минимизировать расходы на перевозки за счет составления оптимального плана распределения туристов по авиакомпаниям.

Постановка задачи: российское туристическое агентство «Sunmar» должно несколькими рейсами отправить туристов из трех городов России в Барселону:

- из Санкт-Петербурга — 300 туристов;
- из Нижнего Новгорода — 330;
- из Москвы — 320.

В распоряжении агентства четыре авиакомпании: «Аэрофлот», «Россия», «Глобус», «Аврора». Число посадочных мест ( $b$ ) в самолетах авиакомпаний составляет 260, 220, 240, 230 соответственно. Стоимость перелета для одного туриста и количество туристов ( $a$ ) в каждом городе представлены в таблице.

**Стоимость перелета (в усл. ед.)**

№ п/п	Авиакомпания	Город		
		Санкт-Петербург	Нижний Новгород	Москва
1	«Аэрофлот»	20	32	28
2	«Россия»	34	31	23
3	«Глобус»	25	40	22
4	«Аврора»	31	21	27
Количество туристов		<b>300</b>	<b>330</b>	<b>320</b>

В условиях жесткой конкуренции агентство должно минимизировать свои расходы, значительную часть которых составляют именно транспортные расходы. Требуется составить такой план перевозки туристов из пунктов отбытия в Барселону, чтобы спрос в каждой из авиакомпаний был удовлетворен в полной мере при минимальном объеме суммарных транспортных расходов.

Транспортная задача — это задача нахождения оптимального распределения поставок однородного товара между пунктами отправления и назначения, при заданных затратах. Математически задача сводится к нахождению плана перевозок с неотрицательными элементами, который удовлетворяет системе ограничений

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, & i=1,2,\dots,m, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, & j=1,2,\dots,n \end{cases}$$

и доставляет минимум целевой функции  $z = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij}$ , где  $x_{ij}$  — количество груза, отправляемого  $i$ -м поставщиком  $j$ -му потребителю. Математическая формулировка сводит задачу к задаче линейного программирования, которую можно решить симплекс-методом, однако более быстрое решение дает метод потенциалов [1; 2; 3].

Для того чтобы найти наиболее оптимальный план перевозки туристов, нужно в первую очередь определить вид модели. Модель транспортной задачи является закрытой (сбалансированной), так как суммарное количество всех туристов соответствует суммарному количеству мест во всех самолетах ( $a = b$ ). Следовательно, будет удовлетворен спрос на поездку в Барселону во всех авиакомпаниях.

Составим начальный план методом наименьшей стоимости (матрица 1) и проверим его на оптимальность.

**Матрица 1**

**Начальный план**

260	220	240	230		
20	34	25	31	300	$U_1 = 0$
<b>260</b>	<b>40</b>	—	—		
32	31	40	21	330	$U_2 = -3$
—	<b>100</b>	—	<b>230</b>		
28	23	22	27	320	$U_3 = -11$
—	<b>80</b>	<b>240</b>	—		
$V_1 = 20$	$V_2 = 34$	$V_3 = 33$	$V_4 = 24$		

Потенциалы строк и столбцов обозначим через  $U$  и  $V$  соответственно. Найдем оценки для свободных (не являющихся базисными) клеток по формуле  $\bar{c}_{ij} = c_{ij} - u_i - v_j$ . Если все оценки положительны, то найдено оптимальное

решение. Но в нашем случае есть отрицательные оценки, поэтому выберем ячейку  $c_{13}$  с наименьшим отрицательным значением «-8» и построим замкнутую ломаную линию, имеющую повороты под прямым углом в базисных клетках. В каждой такой клетке прибавляется или отнимается одно и то же значение для построения следующего плана. Окончательное решение получено (матрица 2).

**Матрица 2**

**Опорный план**

260	220	240	230		
20	34	25	31	300	$U_1 = 0$
<b>260</b>	—	<b>40</b>	—		
32	31	40	21	330	$U_2 = 5$
—	<b>100</b>	—	<b>230</b>		
28	23	22	27	320	$U_3 = -3$
—	<b>120</b>	<b>200</b>	—		
$V_1 = 20$	$V_2 = 26$	$V_3 = 25$	$V_4 = 16$		

Опорный план является оптимальным, так как все оценки свободных клеток положительные. Минимальные суммарные транспортные затраты составляют:

$$F_{\min} = 20 * 260 + 25 * 40 + 31 * 100 + 21 * 230 + 23 * 120 + 22 * 200 = 21\ 290.$$

Для поиска оптимального решения транспортной задачи можно использовать надстройку «Поиск решения» в Microsoft Excel [1], поскольку данная задача является задачей линейного программирования. Результаты вычислений с использованием метода потенциалов и надстройки «Поиск решения» совпадают.

В нашей задаче найден оптимальный план распределения туристов по авиакомпаниям, при котором затраты российского туристического

агентства «Sunmar» минимальны. Изначально модель транспортной задачи сбалансированная, так как суммарное количество туристов равно суммарному количеству мест в самолетах. Если бы модель задачи была открытой, то при  $a < b$  в некоторых самолетах остались бы пустые места, что экономически невыгодно для авиакомпаний. При  $a > b$  не все туристы были бы доставлены в Барселону из-за нехватки мест в самолетах, что не удовлетворяет спросу. В таком случае для нахождения оптимального плана приходится вводить фиктивную авиакомпанию.

Подведем итоги: транспортные задачи являются важным средством решения экономических проблем туристических авиакомпаний. С их помощью можно: контролировать и минимизировать транспортные издержки, что позволяет снизить себестоимость услуг на рынке и делает компанию более конкурентоспособной; рационально планировать сотрудничество с другими компаниями, поскольку модель нахождения оптимального плана показывает, услугами каких компаний наиболее выгодно пользоваться.

**Литература**

1. *Ревякин А. М., Бардушкина И. В.* Математические методы моделирования в экономике. М.: МИЭТ, 2013. 328 с.
2. *Кальней С. Г., Тыжнов Ю. В.* Исследование операций. 2-е изд., перераб. и доп. М.: МИЭТ, 2009. 170 с.
3. *Бережная Е. В., Бережной В. И.* Математические методы моделирования экономических систем. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Финансы и статистика, 2005. 430 с.: граф.

*Бардушкина Ирина Вячеславовна* — кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей математики № 2 Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Россия, 124498, Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), [i\\_v\\_bars@mail.ru](mailto:i_v_bars@mail.ru)

**Кан Анастасия Александровна** — студентка группы ЭУ-33 Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Россия, 124498, Москва, г. Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), *anastasionk58@gmail.com*

### **References**

1. Revyakin A. M., Bardushkina I. V. *Matematicheskie metody modelirovaniya v ekonomike (Mathematical Modeling Methods in Economics)*, М., МИЭТ, 2013, 328 p.
2. Kal'nei S. G., Tyzhnov Yu. V. *Issledovanie operatsii (Operations Research)*, 2-e izd., pererab. i dop., М., МИЭТ, 2009, 170 p.
3. Berezhnaya E. V., Berezhnoi V. I. *Matematicheskie metody modelirovaniya ekonomicheskikh*

*sistem (Mathematical Methods of Economic Systems Modeling)*, 2-e izd., pererab. i dop., М., Finansy i statistika, 2005, 430 p., graf.

**Bardushkina Irina V.**, candidate of physical and mathematical sciences, associate professor, associate professor of Higher Mathematics Department No. 2, National Research University of Electronic Technology (Shokin Square, 1, 124498, Moscow, Zelenograd, Russia), *i\_v\_bars@mail.ru*

**Kan Anastasia A.**, student of EU-33 group, National Research University of Electronic Technology (Shokin Square, 1, 124498, Moscow, Zelenograd, Russia), *anastasionk58@gmail.com*