

Математическое моделирование с неопределенностью в микроэлектронике

А.Л. Глебов¹, Н.П. Кнехт²

²*Национальный исследовательский университет «Московский институт
электронной техники»*

nataknekht@gmail.com

Обсуждается необходимость математического моделирования процессов и систем микроэлектроники в условиях неопределенности. В ходе такого моделирования фактически моделируется эволюция множеств достижимости систем. Ценой отхода детерминированного моделирования является усложнение используемой математики. Рассмотрены два конкретных примера: моделирование процессов травления и осаждения; логическое моделирование цифровых схем.

Ключевые слова: математическое моделирование, неопределенность, множество достижимости, микроэлектроника, цифровые схемы.

Mathematical modeling with uncertainty in microelectronics

A.L. Glebov¹, N.P. Knekht²

National Research University of Electronic Technology (MIET)

nataknekht@gmail.com

The necessity of mathematical modeling with uncertainty for processes and systems in microelectronics is discussed. In such modeling, in fact, evolution of attainable sets of the systems is considered. The cost of such transition to simulation with uncertainty is the increase in mathematics complexity under use. Two examples are considered: etching and deposition simulation; logic simulation for digital circuits.

Keywords: mathematical modeling, uncertainty, reachability set, microelectronics, digital circuits.

Наступление цифровой эпохи характеризуется взаимодействием человека с новой средой — воображаемой, эфемерной, символической. Медиальность становится областью существования современных субъективностей, что рождает новые отношения между человеческим телом, сознанием и режимом смотрения, когда исчезает разгра-

ничение между онлайн- и офлайн-мирами.

Можно ли рассматривать виртуальный мир как мир реальный в контексте глобальных угроз природе, обществу и человечеству? Наука не рассматривает мир как враждебный. Тем более не рассматривает его как враждебный философия, которая изначально

относится к макрокосму с любопытством, но не как к миру, который вселяет ужас и страх. Позиция философии нейтральна к происходящему, ибо философский взгляд — это «метавзгляд». Хотя интенции у науки и философии разные: наука стремится сделать мир понятным, а философия, напротив, в своих рассуждениях — это «вывернутый наизнанку мир» (по Гегелю), однако цель общая — прояснение смысла происходящего. В разные времена и наука, и философия предлагали различные объяснительные и предсказательные модели мироустройства. Современные натурфилософские парадигмы для фиксации неустойчивости и неопределенности процессов и систем используют новые модельные понятия, такие как: «самоорганизация», «событие-бифуркация», «аттрактор», «непредсказуемость поведения», «динамический хаос», «сингулярность». Эти понятия представляют, скорее, умозрительные образы — не только в исследованиях ученых (Г. Хакен, И. Пригожин), но и в работах известных современных философов (Ж. Делез, Ж.-Л. Нанси). С.П. Курдюмов в комментариях к работе И. Пригожина «Философия нестабильности» пишет: «Странные аттракторы представляют собой крайне необычные математические объекты. С одной стороны, для их описания используются системы дифференциальных уравнений, в которых все определено, детерминировано и не содержит никаких стохастических членов. А с другой стороны — и это в самом деле чудо! — поведение решений такой системы уравнений на продолжительном временном интервале приобретает хаотический непредсказуемый (внутри области аттрактора) характер» [5].

Если мы спустимся на уровень решения технических проблем, то увидим, что в области микроэлектроники, например, обсуждается необходимость математического моделирования процессов и систем в условиях неопределенности.

В рамках математического обеспечения современной микроэлектроники приходится решать ряд задач моделирования, оптимизации

и оптимального управления — для технологических процессов (например, процессов травления и осаждения для твердотельных структур) и систем (например, интегральных схем). Для краткости будем говорить о задачах моделирования.

В современной теории моделирования существует тенденция рассматривать не отдельные траектории систем, а семейства траекторий. Среди главных направлений этих исследований выделим изучение эволюции множеств достижимости систем (т. е. множеств концов траекторий систем). Большинство сведений о свойствах множеств достижимости можно найти, например, в монографиях [6; 8; 4] и статьях [1; 10; 7].

Рассмотрим два примера моделирования систем в условиях неопределенности: моделирование процессов травления и осаждения и логическое моделирование цифровых схем.

Процессы травления и осаждения, в ходе которых формируется микрорельеф твердотельной структуры, играют основную роль в технологии микроэлектроники. При переходе к элементам субмикронных размеров используются главным образом так называемые сухие процессы, в которых травление (осаждение) происходит в ходе взаимодействия поверхности с разреженным газом (плазмой, ионным пучком). Моделированию процессов травления и осаждения посвящено довольно много работ (см. напр.: [13; 14]). Движение поверхностей при этом описывается обобщенным («вязким») решением Гамильтона-Якоби.

При моделировании травления и осаждения в условиях неопределенности рассматривается движение двух поверхностей: верхней оценки (т. е. поверхности, которая в каждой точке лежит не ниже любой реальной поверхности) и нижней оценки (определяемой аналогично). Движение верхней и нижней оценки описывается соответствующими дифференциальными уравнениями, полученными в ходе совместной работы [2].

Рассмотрим второй пример моделирования в условиях неопределенности: логиче-

ское моделирование цифровых схем [3, с. 172]. Тенденция увеличения функциональности и производительности цифровых схем приводит к необходимости увеличения их элементов. Схемы становятся все более сложными — и моделирование привычными методами становится неактуальным. Вследствие этого возникает необходимость в разработке новых методов моделирования, которые позволят оценить параметры схемы относительно быстро и эффективно.

Хорошо известно, что BDD (диаграммы двоичных решений) являются удобным и эффективным представлением Булевых функций $f: V^n \rightarrow V$, $V = \{0, 1\}$ [9, с. 677.]. Это представление позволяет конструировать и программно реализовывать различные алгоритмы для работы с системами Булевых функций. В частности, это алгоритмы логического синтеза, верификации и генерации тестов для цифровых схем. Сюда же можно отнести и алгоритмы логического моделирования.

На практике часто приходится иметь дело с неполно определенными Булевыми функциями вида $f: T^n \rightarrow T$, $T = \{0, U, 1\}$. Дополнительное состояние U может интерпретироваться различными способами. Чаще всего оно интерпретируется в рамках Клиниевой сильной трехзначной логики (Kleenean strong ternary logic) [12], в которой U — состояние «не определено» (undefined = don't care). Иначе говоря, это в действительности либо «0», либо «1», но мы не знаем, что именно (или нам не нужно это знать). Значение U может принимать и каждый из аргументов, и сама неполно определенная Булева функция. Далее для таких функций будем для краткости использовать термин «Клиниева функция».

По аналогии с BDD, удобным представлением для Клиниевой функции является TDD (диаграмма троичных решений) [11, с. 23]. При моделировании на основе TDD (т. е. с возможностью третьего, неопределенного значения сигнала) можно получать оценки различных величин: например, потребляемой мощности. В этом случае мы получаем ин-

тервальную оценку: границами интервала являются минимальное и максимальное значения из возможных значений мощности. Возможно также получить распределение значений потребляемой мощности (как правило, это распределение, близкое к нормальному).

В самом общем виде все модели условно можно разделить на классические, строго детерминированные (без неопределенности) и модели с неопределенностью. Известен опытный факт: при уменьшении размера объектов в моделировании, как правило, мы вынуждены смещаться в сторону моделей с увеличивающимися степенями неопределенности. Таким образом, в ходе рассмотрения моделирования систем микроэлектроники в условиях неопределенности мы обсудили конкретный пример общего факта.

Библиографический список

1. **Блаватских Б.И.** О выпуклости сфер достижимости // Дифференциальные уравнения. 1972. Т. 8, № 12. С. 2149.
2. **Глебов А.Л. [и др.]** Моделирование некоторых процессов травления и осаждения. Пакеты прикладных программ. Математическое моделирование / А.Л. Глебов, В.А. Комаров, А.Н. Кононов. М.: Наука, 1989.
3. **Глебов А.Л. [и др.]** Моделирование цифровых КМОП схем с использованием диаграмм троичных решений и логических импликаций / А.Л. Глебов, И.А. Липатов, И.В. Тиунов // Междисциплинарные исследования в области математического моделирования и информатики: Мат-лы 6-й научно-практической конференции. Ульяновск. 2015.
4. **Ли Э.Б., Маркус Л.** Основы теории оптимального управления. М.: Наука, 1972. 574 с.
5. **Пригожин И.** Философия нестабильности // Вопросы философии. 1991. № 6. С. 46—52.
6. **Филитов А.Л.** Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. М.: Наука, 1985. 224 с.
7. **Формальский А.М.** Об условных точках границ областей достижимости // Прикладная математика и механика. 1983. Т. 47, № 4. С. 566.

8. **Aubin J.-P., Cellina A.** Differential inclusions. Set-valued maps and viability theory. Berlin: Springer, 1984.

9. **Bryant. R.E.** Graph-based algorithms for Boolean function manipulation // IEEE Trans. on Computers. 1986. V. 35. P. 677.

10. **Hendrnes H.** The geometry of time-optimal control // SIAM J. Contr. and Optimiz. 1972. V. 10. № 2. P. 221.

11. **Jennings G.** Symbolic Incompletely Specified Functions for Correct Evaluation in the Presence of Indeterminate Input Values // Proc. of 28th Annual Hawaii Int. Conf. on System Sciences. 1995.

12. **Kleene S.C.** Introduction to Methamatematics // Amsterdam: North-Holland Publishing Co. 1952.

13. **Smith. R. [et al.]** Deterministic models of ion erosion, reflection and reproduction / R. Smith, M.A. Tagg, J.M. Walls // Vacuum. 1984. V. 34. P. 175.

14. **Нойрејтер Э.Р.** Моделирование процессов изготовления ИС и топографическое проектирование // ТИИЭР. 1983. Т. 71. С. 149.

Поступила 12.03.2021

Кнехт Наталья Петровна — кандидат философских наук, доцент кафедры философии, социологии и политологии, Национальный исследовательский университет «Московский институт электронной техники» (площадь Шокина, 1, Зеленоград), nataknekhht@gmail.com

Глебов Алексей Львович — старший научный сотрудник, кандидат физико-математических наук, доктор технических наук, glebov.alexey@gmail.com

References

1. Blavatskih B.I. O vypuklosti sfer dostizhimosti // Differencial'nye uravnenija. 1972. Т. 8, № 12. S. 2149.

2. Glebov A.L. [i dr.] Modelirovanie nekotoryh processov travlenija i osazhdenija. Pakety prikladnyh programm. Matematicheskoe modelirovanie / A.L. Glebov, V.A. Komarov, A.N. Kononov. M.: Nauka, 1989.

3. Glebov A.L. [i dr.] Modelirovanie cifrovyh KMOP shem s ispol'zovaniem diagramm troichnyh reshenij i logicheskikh implikacij / A.L. Glebov, I.A. Lipatov, I.V. Tiunov // Mezhdisciplinarnye issledovaniya v oblasti matematicheskogo modelirova-

nija i informatiki: Mat-ly 6-j nauchno-prakticheskoy konferencii. Ul'janovsk. 2015.

4. Li Je.B., Markus L. Osnovy teorii optimal'nogo upravlenija. M.: Nauka, 1972. 574 s.

5. Prigozhin I. Filosofija nestabil'nosti // Voprosy filosofii. 1991. № 6. S. 46—52.

6. Filippov A.L. Differencial'nye uravnenija s razryvnoj pravoj chast'ju. M.: Nauka, 1985. 224 s.

7. Formal'skij A.M. Ob uslovnyh tochkah granic oblastej dostizhimosti // Prikladnaja matematika i mehanika. 1983. Т. 47, № 4. S. 566.

8. Aubin J.-P., Cellina A. Differential inclusions. Set-valued maps and viability theory. Berlin: Springer, 1984.

9. Bryant. R.E. Graph-based algorithms for Boolean function manipulation // IEEE Trans. on Computers. 1986. V. 35.

10. Hendrnes H. The geometry of time-optimal control // SIAM J. Contr. and Optimiz. 1972. V. 10. № 2. P. 221.

11. Jennings G. Symbolic Incompletely Specified Functions for Correct Evaluation in the Presence of Indeterminate Input Values // Proc. of 28th Annual Hawaii Int. Conf. on System Sciences. 1995.

12. Kleene S.C. Introduction to Methamatematics // Amsterdam: North-Holland Publishing Co. 1952.

13. Smith. R. [et al.] Deterministic models of ion erosion, reflection and reproduction / R. Smith, M.A. Tagg, J.M. Walls // Vacuum. 1984. V. 34. P. 175.

14. Nojreјter Je.R. Modelirovanie processov izgotovlenija IS i topograficheskoe proektirovanie // ТИИЭР. 1983. Т. 71. С. 149.

Submitted 12.03.2021

Knekht Natalia Petrovna, Ph.D. in Philosophy, Associate Professor Department of Philosophy, Sociology and Political Sciences, National Research University «Moscow Institute of Electronic Technology» (1 Shokin Square, Zelenograd), nataknekhht@gmail.com

Glebov Alexey Lvovich, senior researcher, candidate of physical and mathematical sciences, D. in Technical Sciences, glebov.alexey@gmail.com