УДК 537.86:372.853:378 DOI: 10.24151/2409-1073-2018-3-142-151

Электричество и магнетизм: научно-методологические и учебно-методические аспекты

Г. Н. Гайдуков, Н. Н. Жаринова, А. С. Овчинников

Национальный исследовательский университет «МИЭТ», Москва, Россия

ZharinovaN@yandex.ru

Анализируются причинно-следственные связи между полями и их источниками в классической теории электромагнитного поля Дж. Максвелла. Показано, что формулы О. Ефименко в явной форме выражают принцип причинности, описывая поведение поля как функцию локальных источников с учетом времени запаздывания. В качестве примера приводятся решения нестационарных задач курса общей физики для студентов вузов, наглядно и доступно отражающие причинно-следственные связи электромагнитных явлений.

Ключевые слова: уравнения Максвелла; формулы Ефименко; причинно-следственная связь; локальные источники поля; нелокальные источники поля; нестационарные задачи; курс общей физики.

Electricity and Magnetism: Scientific-Methodological and Educational-Methodical Aspects

G. N. Gaidukov, N. N. Zharinova, A. S. Ovchinnikov

National Research University of Electronic Technology, Moscow, Russia

ZharinovaN@yandex.ru

The authors analyze the cause-effect relationships between the fields and their sources of J. Maxwell's classical theory of electromagnetism. They have shown that Jefimenko's formulas express the principle of causality explicitly, describing the behavior of the field as a function of local sources with allowance for the delay time. The authors did present by way of example the solutions of non-stationary problems reflecting the cause and effect relationships of electromagnetic phenomena in the university course of general physics that are visually and available for students of the lower courses.

Keywords: Maxwell equation; O. Jefimenko's formulas; cause-effect relationship; source-field; local and non-local sources of field; non-stationary problems; general physics course.

Фундаментальные понятия современной физики — «поле», «электрические заряды» и «электрический ток» — имеют глубокое мировоззренческое значение. Теория электромагнитного поля является научным фундаментом радио- и электротехники, микроэлектроники, поэтому ее идеи проникают глубоко не только в современную физику, но и в современную технику. Исследование электромагнетизма привело к возникновению теории относительности и квантовой теории, развитие которых переживает сложную и противоречивую историю. Поэтому анализ формирования основных понятий и принципов теории электромагнетизма представляет исторический интерес и является основой современного курса преподавания электромагнетизма в вузах с углубленным изучением физики по физическим и инженерным направлениям подготовки.

Хорошо известно, что теория электромагнитного поля Максвелла не сразу завоевала признание и оставалась, по выражению Больцмана, «книгой за семью печатями» для подавляющего большинства физиков конца XIX в. Потребовалась длительная и напряженная работа когорты знаменитых ученых всего мира, чтобы новые принципы, заложенные Максвеллом в его знаменитом «Трактате об электричестве и магнетизме» [1, с. 60] (опубликованном в 1873 г.), стали прочным фундаментом науки.

В первой половине XX в. теория Максвелла окончательно утвердилась как фундамент электромагнетизма и ее основные положения излагались в учебниках по физике и широко использовались в исследованиях авторами известных монографий. Однако несмотря на это интерпретации этой теории до сих пор не получили однозначного признания. Наиболее важные из них: утверждение, что меняющееся первичное магнитное поле служит источником, т. е. индуцирует электрическое поле, и наоборот; концепция близкодействия электромагнитных взаимодействий.

Краткая история изучения электромагнитных явлений. Теория гравитационного взаимодействия И. Ньютона (1687 г.) стала прообразом взаимодействия неподвижных зарядов еще до установления Ш. Кулоном закона этого взаимодействия в 1785 г. Теория электрического взаимодействия представляла мгновенное действие сил вдоль линии, соединяющей заряды. Величина сил пропорциональна произведению зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Введение вектора напряженности электрического поля $\vec{F} = q\vec{E}$ позволило описать свойства циркуляции и потока, а также выразить напряженность поля через распределение плотности заряда в пространстве, используя принцип суперпозиции.

Электричество:

$$\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q_1 q_2 \cdot \vec{r}_{12}}{r_{12}^{\ 3}}$$

$$\vec{F} = q\vec{E},\ \vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \left(\frac{\rho \cdot \vec{r}}{r^3} \right) dV.$$

Открытие Г. Эрстедом магнитного действия электрического тока (1820 г.) привело А. Ампера к гипотезе о магнитном взаимодействии токов и токовой природе намагниченности тел. В действительности получить закон взаимодействия элементов тока из опытов с замкнутыми токами принципиально невозможно, но Ампер накладывал дополнительное условие, казавшееся ему очевидным: действие силы направлено вдоль линии между элементами тока. Эта магнитная сила оказалась пропорциональной произведению элементов тока и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними. Для описания магнитных сил Ампер ввел вектор поля индукции $\vec{B}$, действующий на элемент тока с силой $\vec{F} = I[\vec{l}, \vec{B}]$. В том же году Ж. Био и Ф. Савар открыли закон, определяющий поле индукции элемента тока.

Магнетизм:

$$\vec{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi_0} \cdot \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}^{\ 3}} \cdot (2(\vec{l}_1, \vec{l}_2) - 3(\vec{l}_1, \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}})(\vec{l}_2, \frac{\vec{r}_{12}}{r_{12}}))$$

$$\vec{F} = I[\vec{l}, \vec{B}], \ \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{[\vec{j}, \vec{r}]}{r^3} dV$$

Следующим фундаментальным этапом в изучении взаимодействия зарядов и токов было открытие М. Фарадеем (1831 г.) электромагнитной индукции. Возбуждение тока магнитом, т. е. процесс, обратный открытому Эрстедом, Фарадей искал целенаправленно на протяжении 10 лет. Нестационарный характер этого процесса (возникает только при изменении тока) стал неожиданностью для исследователей. Большую роль в работах Фарадея сыграло стремление иметь наглядную картину явлений с помощью представления действия сил полей в виде силовых линий. Впоследствии Фарадей придал действию электромагнитного поля не только иллюстративный смысл, но и реальное содержание: передача электромагнитного действия от точки к точке через физическую среду. Однако фарадеевские линии поля не вызвали интереса у его современников, и теоретическая сторона явления электромагнитной индукции не была воспринята вплоть до работ Дж. Максвелла (1855 г.) [2].

Два новых фундаментальных положения внесены Дж. Максвеллом в электродинамику в период 1855—1864 гг. Это дифференциальные уравнения поля и ток смещения. В работе «О линиях сил Фарадея» (1855 г.) он дал математическое описание электромагнитной индукции и представил все известные в то время законы электромагнетизма как систему четырех уравнений [1].

Уравнения электродинамики до Максвелла в локальной (дифференциальной) форме имели следующий вид:

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}, \ div\vec{B} = 0$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \ rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j}$$

В этих четырех уравнениях явно отсутствует связь между покоящимися (ρ) и движущимися зарядами ($\vec{j}$).

Следуя цели вскрыть связь между «покоящимся электричеством и электричеством движущимся», Максвелл пытается найти единые уравнения, моделируя электродинамические величины, используя теорию движения идеальной несжимаемой жидкости [2]. Величины плотностей заряда ρ и тока $\vec{j}$ в уравнениях электродинамики до Максвелла независимы. Максвелл вводит уравнение непрерывности, которое связывает свойства источников поля ρ и $\vec{j}$ и выражает закон сохранения заряда:

$$div\vec{j} = -\frac{\partial \rho}{\partial t}.$$

Максвелл показывает, что новое уравнение магнитной индукции

$$rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t},$$

вместе с уравнением непрерывности, приводит к теореме Гаусса $div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$. Таким образом, основное уравнение электростатики выводится из уравнений для тока. Это открытие «на кончике пера» (1864 г.) стало последним шагом в создании учения об электромагнитном поле, а слагаемое $\varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ получило название «плотность тока смещения».

Уравнения электродинамики Максвелла в локальной (дифференциальной) форме:

$$div\vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad (1) \qquad div\vec{B} = 0 \quad (2)$$

$$rot\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (3) \qquad rot\vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (4)$$

Уравнения электродинамики Максвелла в интегральной форме:

$$\oint_S (\vec{E}, d\vec{S}) = \frac{q}{\varepsilon_0} \quad (1) \qquad \oint_S (\vec{B}, d\vec{S}) = 0 \quad (2)$$

$$\oint(\vec{E},d\vec{l}) = -\frac{\partial}{\partial t}\int(\vec{B},d\vec{s}) \qquad (3)$$

$$\oint(\vec{B},d\vec{l}) = \mu_0\int(\vec{j},d\vec{s}) + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\int(\vec{E},d\vec{s}) \qquad (4)$$

В первых десятилетиях XX в., после создания специальной теории относительности и изменения понимания эфира как материальной субстанции (ранее эфир понимался как среда, в которой реализуется электромагнитное взаимодействие), получила распространение интерпретация выражений с производной в правой части уравнений (3) и (4) как выражений для источников электрического и магнитного полей, а именно: меняющееся со временем электрическое поле создает в пространстве магнитное поле. Использование такой причинно-следственной связи в преподавании курса общей физики, помимо объективных трудностей (математических), порождает сложность восприятия материала студентами при изучении применения законов электромагнетизма в анализе физических явлений и при решении задач.

Рассмотрим понятийную сложность на конкретных примерах.

Пример 1. Запишем выражение закона Био — Савара для поля магнитной индукции для токов проводимости и тока смещения, рассматривая его как источник магнитного поля:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\int\left(\frac{(\vec{j}+\varepsilon_0\partial\vec{E}/\partial t)\times\vec{r}}{r^3}\right)dV.$$

Это строгое соотношение выполняется при интегрировании по всему пространству в фиксированный момент времени. Однако величина тока смещения в каждой точке пространства определяется, согласно уравнению Максвелла (3), распределением магнитного поля в тот же момент времени во всем окружающем пространстве. В этом соотношении ток смещения как «источник» магнитного поля принципиально отличается от тока проводимости, определяемого локально в каждой точке пространства, и носит характер нелокального источника. Поэтому выражение для поля индукции не может быть разрешено, так как ток смещения в его правой части, в свою очередь, зависит от распределения поля индукции во всем пространстве в тот же момент времени.

Пример 2. Рассмотрим идеальный сферический конденсатор, заполненный однородной, слабо проводящей средой. Допустим, внутренней обкладке сообщили положительный заряд. Радиальные направления электрического тока должны возбуждать магнитное поле. Исследуем индукцию $\vec{B}$ в произвольной точке внутри конденсатора. В силу сферической симметрии электрических свойств конденсатора, вектор магнитной индукции $\vec{B}$ в процессе разрядки не может быть радиальным. Если бы это было не так, ток вектора $\vec{B}$ через поверхность сферы S (рис. 1) был бы отличен от нуля, что противоречит уравнению Максвелла (4).

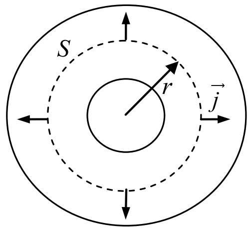

Рис. 1

Значит, вектор $\vec{B}$ должен быть перпендикулярен радиальному направлению в любой точке внутри конденсатора. Но это противоречит условию сферической симметрии, так как все направления, перпендикулярные радиальному, совершенно равноправны, они ничем не выделены. Единственно возможное заключение: магнитное поле всюду внутри конденсатора равно нулю. Отсутствие магнитного поля при наличии электрического тока плотностью $\vec{j}$ означает, что кроме тока проводимости в системе имеется ток смещения $\vec{j}_{\text{см}}$, и в каждой точке $\vec{j}_{\text{см}} = -\vec{j}$. Если принять во внимание, что в каждой точке внутри конденсатора $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$, согласно теореме Гаусса, то, действительно, для величин $j, j_{\text{см}}$ получим:

$$j = -\frac{\dot{q}}{4\pi r^2} = j_{\text{см}} = -\frac{\varepsilon_0 \partial E}{\partial t}.$$

Вывод о том, что сферически симметричные токи проводимости не порождают магнитное поле, справедлив не только для сферического конденсатора, но и для любых токов и распределений заряда, обладающих сферической симметрией, в том числе и для токов смещения. При этом, однако, токи смещения обязательно должны учитываться в правой части уравнения (4), выражающей циркуляцию поля индукции через поток «полного тока» $\vec{j} + \vec{j}_{\text{см}}$ сквозь произвольную поверхность.

Пример 3. Проанализируем возможность токов смещения создавать поле магнитной индукции на примере разрядки двух маленьких противоположно заряженных проводящих шариков $\pm q(t)$ при замыкании их тонким прямым проводником длиной l (рис. 2).

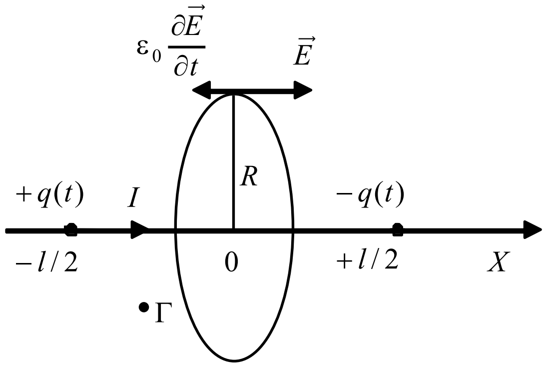

Рис. 2

Для анализа воспользуемся уравнением (4) для кругового контура Г радиуса R, лежащего в плоскости, перпендикулярной оси X с центром в точке 0. В каждой точке плоскости заряды $\pm q(t)$ создают электрическое поле $E(t)$ и соответствующее поле токов смещения $\varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}$, как показанно на рисунке 2. Учитывая круговой характер линий поля индукции для контура Г, получим:

$$2\pi R \cdot B = \mu_0 I + \frac{1}{c^2}\frac{\partial}{\partial t}\int(\varepsilon_0 \vec{E}, d\vec{s}),$$

где величина второго слагаемого, порождаемого током смещения, равна

$$\mu_0 \frac{dq}{dt}\left(1 - \frac{L/2}{\sqrt{R^2 + (L/2)^2}}\right).$$

Учитывая, что $\dfrac{dq}{dt} = -I$, окончательно получим:

$$B = \frac{\mu_0 IL}{4\pi R\sqrt{R^2 + (L/2)^2}}.$$

Если поле индукции определить, используя закон постоянных токов Био — Савара, то прямым вычислением получим:

$$B = \frac{\mu_0 IR}{4\pi}\int_{-L/2}^{L/2}\frac{dx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{\mu_0 IL}{4\pi R\sqrt{R^2 + (L/2)^2}}.$$

Этот пример еще раз показывает, что токи смещения, порождаемые переменным электрическим полем, наряду с токами проводимости необходимо учитывать при применении теоремы о циркуляции магнитного поля, но величина вектора индукции определяется законом Био — Савара. В нашем случае источниками электрического поля были меняющие свою величину точечные заряды, но, как видно из примера 2, сферическая симметрия электрического поля покоящихся зарядов «запрещает» возникновение магнитного поля.

Напряженность и индукция электромагнитного поля, порождаемые нестационарным распределением токов и зарядов (формулы О. Д. Ефименко). В последней трети XX в. на основе исследования О. Д. Ефименко [3; 4] возник метод описания электромагнитных полей, в котором векторы электрических и магнитных полей выражаются в форме, обобщающей закон Кулона и закон Био — Савара — Лапласа с учетом запаздывания распространения возмущений от заданных нестационарных источников:

$$\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\left(\frac{\rho\cdot\vec{r}}{r^3}\right)dV\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\vec{E}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int\left(\frac{[\rho]\cdot\vec{r}}{r^3}+\frac{\left[\frac{\partial\rho}{\partial t}\right]\cdot\vec{r}}{r^2\cdot c}-\frac{\left[\frac{\partial\vec{j}}{\partial t}\right]}{rc^2}\right)\cdot dV \tag{5}$$

$$\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\left(\frac{\vec{j}\times\vec{r}}{r^3}\right)dV\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\vec{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\int\frac{\left([\vec{j}]+\left[\frac{\partial\vec{j}}{\partial t}\right]\cdot\frac{r}{c}\right)\times\vec{r}}{r^3}\cdot dV \tag{6}$$

В этих малоизвестных формулах ρ, $\frac{\partial\rho}{\partial t}$, $\vec{j}$, $\frac{\partial\vec{j}}{\partial t}$ обозначают соответственно: объемную плотность заряда; производную от плотности заряда по времени; плотность тока; производную от плотности тока по времени. Векторы электромагнитного поля $\vec{E}$, $\vec{B}$ соответствуют моменту времени t, а величины в квадратных скобках — моменту $t'=t-\frac{r}{c}$. Радиус-вектор $\vec{r}$ проводится из элемента объема dV в точку наблюдения поля, c — скорость света в вакууме.

Формулы О. Д. Ефименко подробно проанализированы в работе Д. Дж. Гриффитса и М. А. Хильда [5]. Там же дано их применение к решению ряда задач. Так, с помощью этих формул получены выражения для полей $\vec{E}$, $\vec{B}$ точечного заряда, движущегося произвольным образом. Отметим, что эти выражения совпадают с известными формулами Р. Фейнмана [6]. Австралийский ученый *Tran-Cong Ton* показал, что вместе с законом сохранения заряда формулы Р. Фейнмана дают возможность получить систему четырех уравнений Максвелла для безграничной, однородной, линейной и изотропной среды [7].

Содержание формул О. Д. Ефименко представляет собой решение системы уравнений Максвелла для заданного распределения источников поля, зависящих от времени $\rho(t)$, $\vec{j}(t)$. Эти формулы явно выявляют ряд фундаментальных свойств уравнений Максвелла (которые, однако, далеко не очевидны), а именно:

1) распространение электромагнитных возмущений от источников со скоростью света (эффект запаздывания $t'=t-r/c$);

2) причинно-следственную связь как между распределенными в пространстве полями и их локальными источниками, так и между электрической и магнитной составляющими поля;

3) иерархию электромагнитных явлений, в которой законы Кулона и Био — Савара остаются справедливыми для источников, зависящих от времени;

4) особенности структуры электромагнитного поля, порождаемого нестационарным локальным источником, при удалении от источника.

Важное учебно-методическое значение этих формул — в их доступности для студентов-первокурсников, не имеющих еще математических навыков анализа и решения нестационарных уравнений Максвелла (методом векторного потенциала).

Примеры описания нестационарных явлений с помощью формул О. Д. Ефименко.

Пример 4. Рассмотрение установления электромагнитного поля при включении тока в длинном прямолинейном проводнике с помощью уравнений

Максвелла требует интегральных преобразований с применением специальных функций, которые не изучаются в курсе общей физики для студентов вузов. Рассмотрим этот процесс, используя формулы О. Д. Ефименко [8].

Пусть ток от внешнего источника при его включении однородно распределяется по всей длине проводника. Линии электрической и магнитной составляющих поля представим, учитывая осевую симметрию задачи (рис. 3).

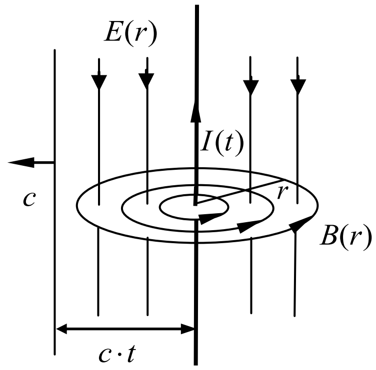

Рис. 3

Наличие двух составляющих поля при включении тока следует из уравнений Максвелла (3) и (4) для окружающего провод пустого пространства, в котором отсутствуют токи и заряды ($\rho = 0, \vec{j} = 0$), и представляет собой проявление закона электромагнитной индукции. При этом порождаемые включением тока поля, согласно постулату Эйнштейна о конечности скорости распространения физических сигналов, будут локализованы в области расширяющегося цилиндра радиуса $c \cdot t$. Формулы О. Д. Ефименко (5) и (6) позволяют получить решения, соответствующие решениям уравнений Максвелла, методами прямого интегрирования при изучении электро- и магнитостатики в курсе общей физики. Так, для электрического поля формула (5) примет вид:

$$\vec{E} = \frac{-1}{4\pi\varepsilon_0 c^2} \int \frac{1}{r} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} dV. \qquad (7)$$

Будем считать, что

$$I(t) = \begin{cases} 0 \ \text{ при } \ t \le 0; \\ \gamma \cdot t \ \text{ при } t \ge 0. \end{cases}$$

Кроме того, $j = \frac{I}{S}, \frac{\partial j}{\partial t} = \frac{1}{S} \cdot \dot{I} = \frac{\gamma}{S}$. Величина S — площадь поперечного сечения тонкой проволоки. Подставляя $\frac{\partial j}{\partial t}$ в выражение (7), для модуля вектора $\vec{E}$ имеем:

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\gamma}{S r c^2} \cdot (dl \cdot S) = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon_0 c^2} \int \frac{dl}{r}.$$

Чтобы вычислить интеграл, примем во внимание следующие соотношения (рис. 4):

$$r = \frac{x}{\cos\alpha} \ \text{ и } \ dl = x \cdot \frac{d\alpha}{\cos^2\alpha}.$$

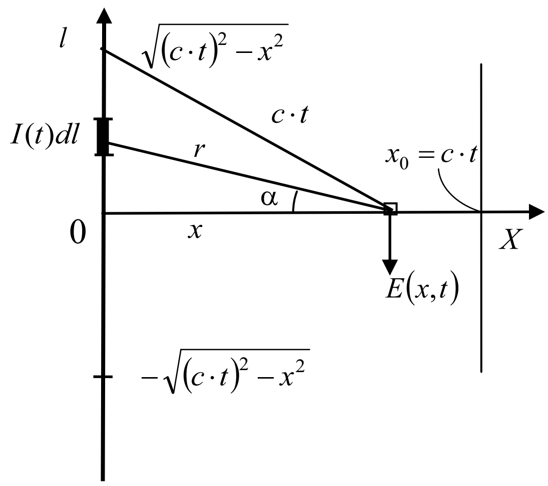

Рис. 4

Подставим эти соотношения в подынтегральное выражение:

$$E = \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon_0 c^2} \int \frac{\cos\alpha \cdot d\alpha}{\cos^2\alpha} =$$

$$= \frac{\gamma}{4\pi\varepsilon_0 c^2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \ln\left(\frac{(1+\sin\alpha)}{1-\sin\alpha}\right).$$

Учитывая пределы интегрирования, придем к окончательному решению:

$$E(x,t) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\gamma}{4\pi(\varepsilon_0 c^2)} \times$$

$$\times \ln\left(\frac{(1+\sin\alpha)}{(1-\sin\alpha)}\right)\Bigg|_0^{\frac{\sqrt{c^2\cdot t^2-x^2}}{c\cdot t}} =$$

$$= \frac{\mu_0\gamma}{4\pi}\cdot\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-\left(\frac{x}{c\cdot t}\right)^2}}{1-\sqrt{1-\left(\frac{x}{c\cdot t}\right)^2}}\right).$$

Подобным образом для магнитной составляющей поля из формулы (6) получим:

$$B(x,t)=\frac{\mu_0\gamma\cdot t}{2\pi r}\cdot\sqrt{1-\left(\frac{x}{c\cdot t}\right)^2},$$

здесь $\mu_0=\dfrac{1}{\varepsilon_0 c^2}$.

Пример 5. Решим задачу, традиционно трудную для курса общей физики, — найдем поле излучения диполя Герца [9].

Применим формулы (5) и (6) для нахождения электромагнитного поля, порождаемого коротким отрезком проволоки длиной l ($l << r$), по которой течет однородный ток $I(t')$ (рис. 5).

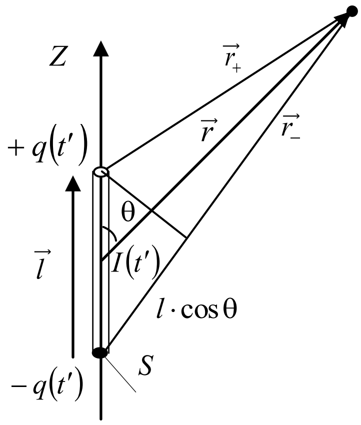

Рис. 5

Учитывая плотность тока $\vec j$, величину тока $I(t')$ и величину дипольного момента $\vec p(t')$, имеем

$$\vec j\cdot s\cdot l = I\cdot\vec l,\ I(t')=\frac{dq}{dt},\ \vec p(t')=q(t')\cdot l. \quad (8)$$

Проведем преобразования, используя соотношения (8) и принимая во внимание однородность тока, а также точечность распределения зарядов на концах отрезка проволоки [9]:

$$\vec B(t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\left[\vec l,\vec r\right]}{r^3}\cdot\left\{I(t')+\frac{r}{c}\cdot\dot I(t')\right\}$$

$$\vec E(t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left\{\left(\frac{3\left(\vec p(t'),\vec r\right)\cdot\vec r}{r^5}-\frac{\vec p(t')}{r^3}\right)+\right.$$

$$+\frac{r}{c}\cdot\left(\frac{3\left(\dot{\vec p}(t'),\vec r\right)\vec r}{r^5}-\frac{\dot{\vec p}(t')}{r^3}\right)+ \quad (9)$$

$$\left.+\dot I(t')\cdot\left(\frac{r}{c}\right)^2\cdot\left(\frac{\left(\vec l,\vec r\right)\vec r}{r^5}-\frac{\vec l}{r^3}\right)\right\}.$$

Применим выражения (9) к особому случаю, когда ток в коротком отрезке проволоки изменяется по гармоническому закону с циклической частотой ω и амплитудой I_m. Тогда справедливы следующие соотношения:

$$I(t')=I_m\cos\omega t',\ \vec p(t')=\frac{I_m\cdot\vec l}{\omega}\sin\omega t'.$$

В волновой зоне $r >> \lambda$ (длина волны $\lambda=c\cdot\frac{2\pi}{\omega}$) справедливо $\left(\frac{c}{\omega r}\right)<<1$, это обстоятельство позволяет поля, определяемые выражениями (9), представить окончательно в виде:

$$\vec B(t)=\frac{\mu_0 I_m}{4\pi}\cdot\omega\cdot\frac{l}{r}\cdot\frac{1}{c}\cdot\left[\frac{\vec r}{r},\frac{\vec l}{l}\right]\cdot\sin\omega\left(t-\frac{r}{c}\right),$$

$$\vec E(t)=\frac{\mu_0 I_m}{4\pi}\cdot\omega\cdot\frac{l}{r}\times$$

$$\times\left(\frac{\vec l}{l}-\cos\theta\cdot\frac{\vec r}{r}\right)\cdot\sin\omega\left(t-\frac{r}{c}\right).$$

Полученные нами уравнения описывают поле излучения диполя Герца.

История развития теории электромагнетизма наглядно показала фундаментальное значение четырех уравнений Дж. Максвелла (1874 г.) в описании электромагнитных явлений. Появление спустя столетие формул О. Д. Ефименко (1966 г.) — дар для преподавателей курса физики [5; 6], поскольку эти формулы служат методической основой решения конкретных задач. По существу являясь решениями уравнений Максвелла для заданного распределения источников электромагнитных полей (зависящих от времени плотности заряда $\rho(t)$ и от тока $\vec{j}(t)$, а также от их производных), они позволяют анализировать и решать задачи широкого круга нестационарных явлений электромагнетизма методами, традиционными для курса общей физики (примеры 4, 5). Выражаем надежду, что решение задач с помощью формул О. Д. Ефименко в учебной работе повысит интерес студентов и преподавателей к изучению этого раздела общей физики и расширит их научное мировоззрение.

Литература

1. ***Максвелл Дж. К.*** Избранные сочинения по теории электромагнитного поля / Пер. З. А. Цейтлин; под ред. П. С. Кудрявцева. М.: Гостехиздат, 1954. 688 с.; 1 л. портр. (Классики естествознания. Математика. Механика. Физика. Астрономия).
2. ***Шапиро И. С.*** К истории открытия уравнений Максвелла // Успехи физических наук. 1972. Т. 108 Вып. 2. С. 319—333. http://dx.doi.org/10.1070/PU1973v015n05ABEH005038
3. ***Jefimenko O. D.*** Comment on «On the equivalence of the laws of Biot — Savart and Ampere», by T. A. Weber and D. J. Macomb [Am. J. Phys. 57, 57—59 (1989)] // American Journal of Physics. 1990. Vol. 58. P. 505. https://doi.org/10.1119/1.16458
4. ***Jefimenko O. D.*** Electricity and Magnetism: An Introduction to the Theory of Electric and Magnetic Fields. 2nd ed. Star City, WV: Electret Scientific Co., 1989. LXXXI, 516 p.
5. ***Griffiths D. J., Heald M. A.*** Time-dependent generalizations of the Biot — Savart and Coulomb laws // American Journal of Physics. 1991. Vol. 59 (2). P. 111—117. https://doi.org/10.1119/1.16589
6. ***Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М.*** Фейнмановские лекции по физике. М.: Мир, 1965—1967. Т. 1. Гл. 28; Т. 2. Гл. 21.
7. ***Tran-Cong Ton.*** On time-dependent generalized Coulomb's law and Biot — Savart laws // American Journal of Physics. 1991. Vol. 59 (6). P. 520—528. http://dx.doi.org/10.1119/1.16812
8. ***Гайдуков Г. Н., Овчинников А. С.*** Как устанавливается магнитное поле, когда в проводнике включают ток? // Физическое образование в вузах. 2014. Т. 20 № 1. С. 28—38.
9. ***Гайдуков Г. Н., Овчинников А. С.*** Формулы Ефименко (Oleg D. Jefimenko) и поле излучения диполя Герца // Физическое образование в вузах. 2009. Т. 15 № 4. С. 51—56.

Поступила после доработки 28.08.2018

Гайдуков Геннадий Николаевич — доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры общей физики Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Российская Федерация, 124498, г. Москва, Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), *gaid-miet@yandex.ru*

Жаринова Наталья Николаевна — кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры общей физики Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Российская Федерация, 124498, г. Москва, Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), *ZharinovaN@yandex.ru*

Овчинников Александр Сергеевич — доцент, доцент кафедры общей физики Национального исследовательского университета Национального исследовательского университета «МИЭТ» (Российская Федерация, 124498, г. Москва, Зеленоград, пл. Шокина, д. 1), *ovchinas@list.ru*

References

1. Maksvell Dzh. K. (Maxwell J. C.) Izbrannye sochineniya po teorii elektromagnitnogo polya (Selected Works on Electromagnetic Field Theory), Per. Z. A. Tseitlin, pod red. P. S. Kudryavtseva, M., Gostekhizdat, 1954, 688 p., 1 l. portr., Klassiki estestvoznaniya. Matematika. Mekhanika. Fizika. Astronomiya.
2. Shapiro I. S. “On the history of the discovery of the Maxwell equations” Sov. Phys. Usp. 15 651—659 (1973); http://dx.doi.org/10.1070/PU1973v015n05ABEH005038
3. Jefimenko O. D. Comment on “On the equivalence of the laws of Biot — Savart and Ampere”, by T. A. Weber and D. J. Macomb [Am. J. Phys. 57, 57—59 (1989)]. *American Journal of Physics,* 1990, Vol. 58, p. 505. https://doi.org/10.1119/1.16458
4. Jefimenko O. D. Electricity and Magnetism: An Introduction to the Theory of Electric and Magnetic Fields, 2nd ed., Star City, WV, Electret Scientific Co., 1989, lxxxi, 516 p.

5. Griffiths D. J., Heald M. A. Time-dependent generalizations of the Biot — Savart and Coulomb laws, *American Journal of Physics,* 1991, Vol. 59 (2), pp. 111—117. https://doi.org/10.1119/1.16589

6. Feinman R. (Feynman R.), Leiton R. (Leighton R.), Sends M. (Sands M.) Feinmanovskie lektsii po fizike (The Feynman Lectures on Physics), M., Mir, 1965—1967, T. 1, Gl. 28; T. 2, Gl. 21.

7. Tran-Cong Ton. On time-dependent generalized Coulomb's law and Biot — Savart laws, *American Journal of Physics,* 1991, Vol. 59 (6), pp. 520—528. http://dx.doi.org/10.1119/1.16812

8. Gaidukov G. N., Ovchinnikov A. S. Kak ustanavlivaetsya magnitnoe pole, kogda v provodnike vklyuchayut tok? (How is Magnetic Field Set Up when Conductor is Energized?), *Fizicheskoe obrazovanie v vuzakh,* 2014, T. 20 No. 1, pp. 28—38.

9. Gaidukov G. N., Ovchinnikov A. S. Formuly Efimenko (Oleg D. Jefimenko) i pole izlucheniya dipolya Gertsa (Oleg D. Jefimenko's Formulas and Radiated Emission Field of Hertz Dipole), *Fizicheskoe obrazovanie v vuzakh,* 2009, T. 15 No. 4, pp. 51—56.

Submitted after updating 28.08.2018

Gaidukov Gennadii N., Doctor of Sciences (physico-mathematical), Professor, Professor of the General Physics Department, National Research University of Electronic Technology (Shokin Square, 1, 124498, Zelenograd, Moscow, Russian Federation),
gaid-miet@yandex.ru

Zharinova Natalya N., Candidate of Sciences (physico-mathematical), Associate Professor, assistant professor of the General Physics Department, National Research University of Electronic Technology (Shokin Square, 1, 124498, Zelenograd, Moscow, Russian Federation), *ZharinovaN@yandex.ru*

Ovchinnikov Alexander S., Associate Professor, assistant professor of the General Physics Department, National Research University of Electronic Technology (Shokin Square, 1, 124498, Zelenograd, Moscow, Russian Federation), *ovchinas@list.ru*